Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas

Nombre: ______________________________

Carné: __________ Sección: _____

MA2112 Enero-Marzo 2013 1$^{\text{er}}$ Examen Parcial (50 %)

1. (15 puntos) Sea $f(x,y)$ una función definida como sigue:

$$f(x,y) = \begin{cases} exp\left(\dfrac{xy^2}{x^2+y^2}\right) - 1 & \text{si} \quad x \neq y \\ 0 \quad \text{si} \quad x = y. \end{cases}$$

Responda a las siguientes preguntas:

(a) (7 puntos) ¿Es $f(x,y)$ continua en $\overline{x} = \overline{0}$?

(b) (8 puntos) ¿Es $f(x,y)$ diferenciable en $\overline{x} = \overline{0}$?

2. (15 puntos) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable y $h(x,y) = f(xy, x^2 + 2y^2)$.
Responda a las siguientes preguntas:

(a) (8 puntos) Hallar la ecuación del plano tangente en el punto $P = (2,1,5)$ a la gráfica de h sabiendo que este plano es perpendicular a la recta

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}/x = 3 + t, y = -4t, z = \frac{8-t}{2}, t \in \mathbb{R}\}.$$

$\nabla h = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(b) (7 puntos) Calcular $\nabla f(2,6)$

3. (10 puntos) Hallar el máximo y el mínimo absoluto (si es que existen) de $f(x,y) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}y^2$ en la región Ω definida por $\frac{1}{3}x^2 + y^2 \leq 1$.

suponiendo que f es C^2

4. (10 puntos) Considere la ecuación $z = f(x,y)$ y $F(x,y,z) = ze^{(z)} - 3(x^2 + y^2) + 2xy = 0$ definida alrededor de $P = (0,0)$, responda:

(a) (5 puntos) Encuentre la serie de Taylor de orden 1 de f alrededor de P.

(b) (5 puntos) Encuentre la derivada parcial $\dfrac{\partial^2 f(P)}{\partial x \partial y}$

El símbolo solo debe ser usado, luego de entender plenamente el carácter de su significado, David Hilbert

¡Justifique Todas Sus Respuestas!